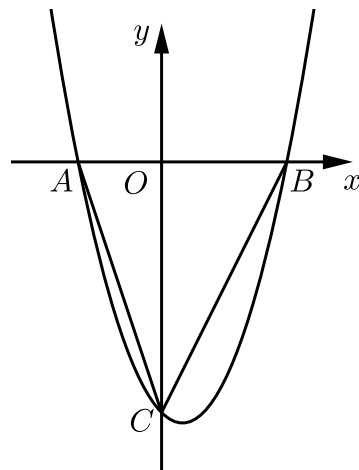


第1讲二次函数与面积问题（练习）

一、由坐标求面积

1. 如图所示，二次函数 $y = x^2 - x - 6$ 的图象交 x 轴于 A, B 两点，交 y 轴于 C 点，则 $\triangle ABC$ 的面积为 _____ .



2. 若抛物线 $y = x^2 - 2mx + m^2 + m - 1$ (m 是常数) 的顶点是点 M ，直线 $y = x + 2$ 与坐标轴分别交于点 A, B 两点，则 $\triangle ABM$ 的面积等于 () .

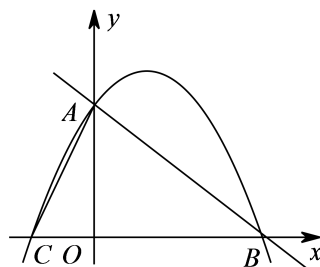
A. 6

B. 3

C. $\frac{5}{2}$

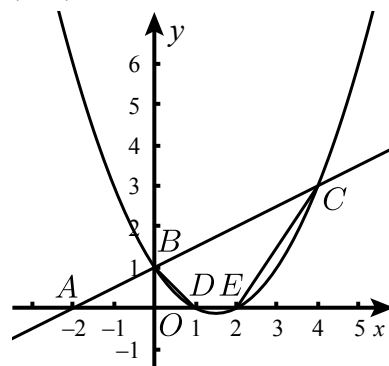
D. $3\sqrt{2}$

3. 如图，在直角坐标系中，已知直线 $y = -\frac{1}{2}x + 4$ 与 y 轴交于 A 点，与 x 轴交于 B 点， C 点的坐标为 $(-2, 0)$.



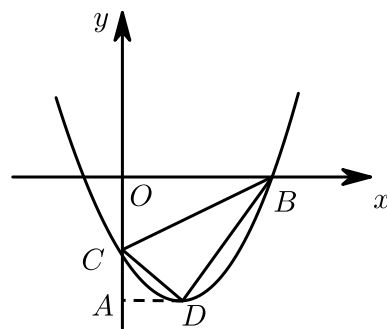
- (1) 求经过 A, B, C 三点的抛物线的解析式 .
(2) 如果 M 为抛物线的顶点，联结 AM, BM ，求四边形 $AOBM$ 的面积 .

4. 如图，一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 的图象与 x 轴交于点 A ，与 y 轴交于点 B 。二次函数 $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与一次函数 $y = \frac{1}{2}x + 1$ 的图象交于 B 、 C 两点，与 x 轴交于 $D(1, 0)$ ， $E(2, 0)$ 两点。



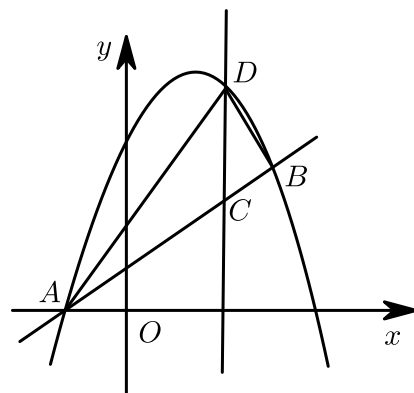
- (1) 求二次函数的解析式。
(2) 求四边形 $BDEC$ 的面积 S 。

5. 将抛物线 $y = x^2 - 4x + 4$ 沿 y 轴向下平移 9 个单位，所得新抛物线与 x 轴正半轴交于点 B ，与 y 轴交于点 C ，顶点为 D 。求：



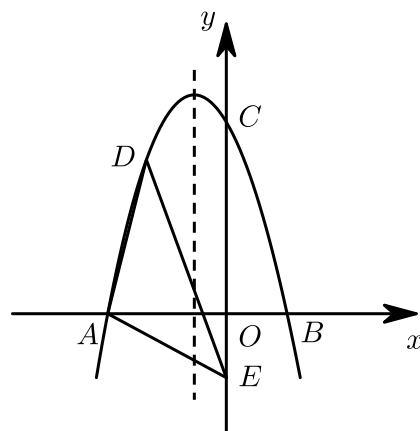
- (1) 点 B 、 C 、 D 坐标。
(2) $\triangle BCD$ 的面积。

6. 如图，抛物线 $y = ax^2 + bx + \frac{5}{2}$ 与直线 AB 交于点 $A(-1, 0)$ ， $B(4, \frac{5}{2})$ ，点 D 是抛物线 A, B 两点间部分上的一个动点（不与点 A, B 重合），直线 CD 与 y 轴平行，交直线 AB 于点 C ，连接 AD ， BD 。



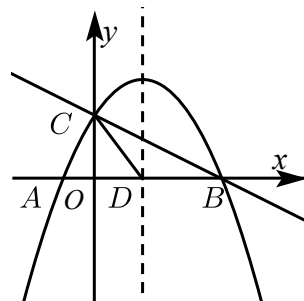
- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 设点 D 的横坐标为 m ， $\triangle ADB$ 的面积为 S ，求 S 关于 m 的函数关系式，并求出当 S 取最大值时的点 C 的坐标。

7. 如图，在平面直角坐标系中，二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ 交 x 轴于点 $A(-4, 0)$ 、 $B(2, 0)$ ，交 y 轴于点 $C(0, 6)$ ，在 y 轴上有一点 $E(0, -2)$ ，连接 AE 。



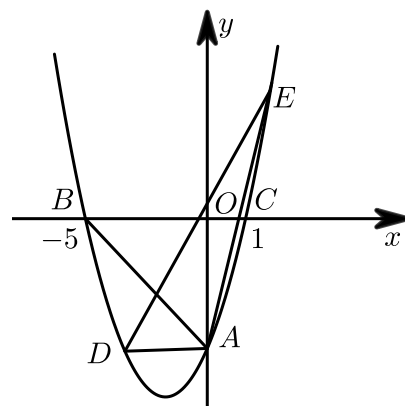
- (1) 求二次函数的表达式。
- (2) 若点 D 为抛物线在 x 轴负半轴上方的一个动点，求 $\triangle ADE$ 面积的最大值。

8. 如图，抛物线 $y = -\frac{1}{2}x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于 A 、 B 两点，与 y 轴交于点 C ，抛物线的对称轴交 x 轴于点 D ，已知 $A(-1, 0)$ ， $C(0, 2)$ 。



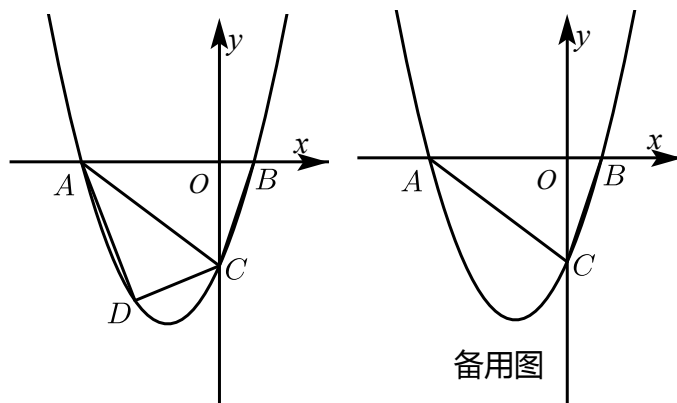
- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 点 E 是线段 BC 上的一个动点，过点 E 作 x 轴的垂线与抛物线相交于点 F ，当点 E 运动到什么位置时， $\triangle CBF$ 的面积最大？求出 $\triangle CBF$ 的最大面积及此时 E 点的坐标。

9. 如图，在平面直角坐标系中，抛物线 $y = ax^2 + bx - 5$ 交 y 轴于点 A ，交 x 轴于点 $B(-5, 0)$ 和点 $C(1, 0)$ ，过点 A 作 $AD \parallel x$ 轴交抛物线于点 D 。



- (1) 求此抛物线的表达式。
- (2) 点 E 是抛物线上一点，且点 E 关于 x 轴的对称点在直线 AD 上，求 $\triangle EAD$ 的面积。
- (3) 若点 P 是直线 AB 下方的抛物线上一动点，当点 P 运动到某一位置时， $\triangle ABP$ 的面积最大，求出此时点 P 的坐标和 $\triangle ABP$ 的最大面积。

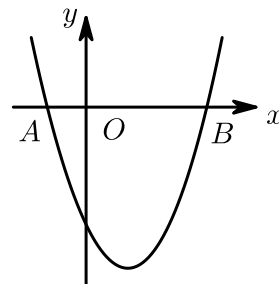
10. 已知，如图，抛物线 $y = ax^2 + 3ax + c (a > 0)$ 与 y 轴交于点 C ，与 x 轴交于 A, B 两点，点 A 在点 B 左侧．点 B 的坐标为 $(1, 0)$ ， $OC = 3OB$ ．



- (1) 求抛物线的解析式；
 (2) 若点 D 是线段 AC 下方抛物线上的动点，求四边形 $ABCD$ 面积的最大值．

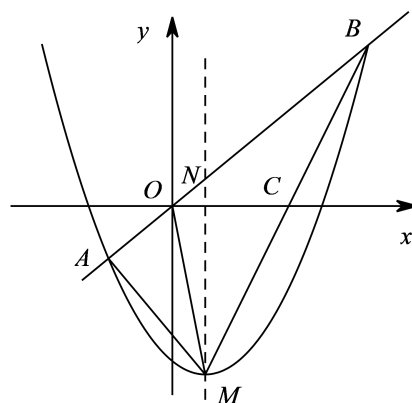
二、由面积求坐标

11. 如图，已知抛物线 $y = x^2 + bx + c$ 经过 $A(-1, 0)$ ， $B(3, 0)$ 两点。



- (1) 求抛物线的解析式和顶点坐标。
- (2) 当 $0 < x < 3$ 时，求 y 的取值范围。
- (3) 点 P 为抛物线上一点，若 $S_{\triangle PAB} = 10$ ，求出此时点 P 的坐标。

12. 如图，抛物线 $y = x^2 - 2x - 4$ 与直线 $y = x$ 交于点 A 、 B ，点 M 是抛物线上的一个动点，连接 OM



- (1) 当 M 为抛物线的顶点时，求 $\triangle OMB$ 的面积 .
- (2) 当 $\triangle OMB$ 的面积为10时，求点 M 的坐标 .
- (3) 当点 M 在直线 AB 的下方， M 运动到何处时， $\triangle OMB$ 的面积最大 .

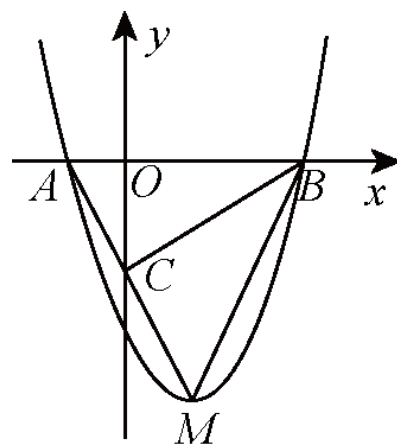
13. 在平面直角坐标系中，已知 $A(0, a)$ ， $B(b, 0)$ ， $C(b, c)$ 三点，其中 a, b, c 满足关系式

$$(a-2)^2 + \sqrt{b-3} + |c-4| = 0.$$

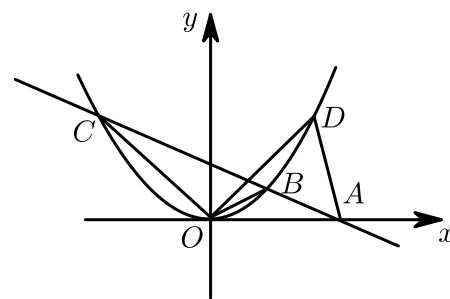
(1) 求 A 、 B 、 C 三点的坐标.

(2) 如果在第二象限内有一点 $P\left(n, \frac{1}{2}\right)$ ，若四边形 $ABOP$ 的面积与三角形 ABC 的面积相等，求点 P 的坐标.

14. 如图，二次函数 $y = (x-1)^2 - 4$ 的图象与 x 轴交于 A 、 B 两点，顶点为 M ，直线 AM 与 y 轴交于点 C ，在抛物线上是否还存在点 P ，使得 $S_{\triangle PMB} = S_{\triangle BCM}$ ，如果不存在，说明理由；如存在，请求出 P 点的坐标.

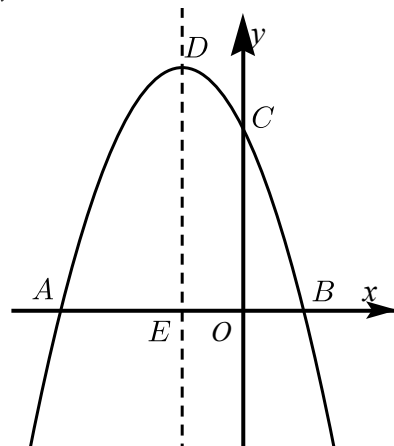


15. 如图，直线 AB 过 x 轴上的点 $A(2, 0)$ ，且与抛物线 $y = ax^2$ 相交于 B 、 C 两点， B 点坐标为 $(1, 1)$ 。



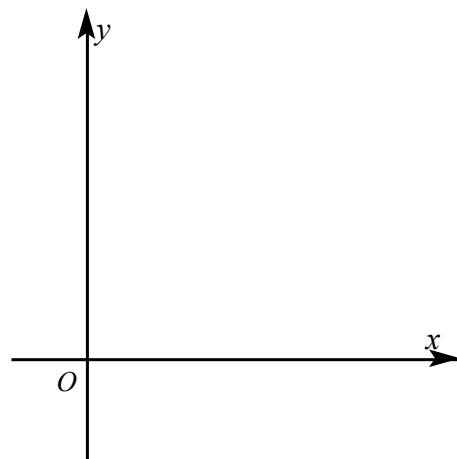
- (1) 求直线和抛物线所表示的函数表达式 .
- (2) 在抛物线上是否存在一点 D ，使得 $S_{\triangle OAD} = S_{\triangle OBC}$ ？若不存在，说明理由；若存在，请求出点 D 的坐标 .

16. 如图，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 的图象过点 $A(-3, 0)$ ， $C(0, 3)$ 。



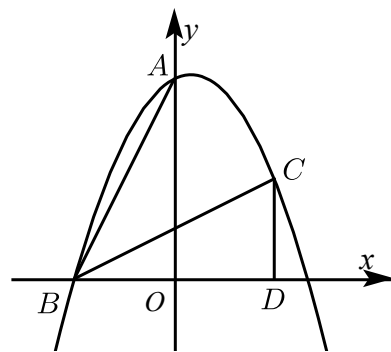
- (1) 求抛物线的解析式。
- (2) 在抛物线的对称轴 DE 上是否存在点 P ，使得点 P 到直线 AD 和到 x 轴的距离相等？若存在，求出点 P 的坐标；若不存在，说明理由。
- (3) 在对称轴左侧的抛物线上是否存在点 F ，使得 $2S_{\triangle FBC} = 3S_{\triangle EBC}$ ？若存在，求出点 F 的坐标；若不存在，说明理由。

17. 在平面直角坐标系中，已知抛物线 $y = -x^2 + bx + c$ 与 x 轴交于点 A 、 B （点 A 在点 B 的左侧），与 y 轴的正半轴交于点 C ，顶点为 E 。



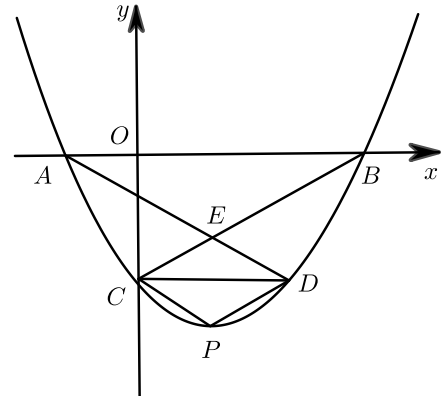
- (1) 若 $b = 2$ ， $c = 3$ ，求此时抛物线顶点 E 的坐标。
- (2) 将(1)中的抛物线向下平移，若平移后，在四边形 $ABEC$ 中满足 $S_{\triangle BCE} = S_{\triangle ABC}$ ，求此时直线 BC 的解析式。
- (3) 将(1)中的抛物线作适当的平移，若平移后，在四边形 $ABEC$ 中满足 $S_{\triangle BCE} = 2S_{\triangle AOC}$ ，且顶点 E 恰好落在直线 $y = -4x + 3$ 上，求此时抛物线的解析式。

18. 在直角坐标系 xOy 中， $A(0, 2)$ 、 $B(-1, 0)$ ，将 $\triangle ABO$ 经过旋转、平移变化后得到如图所示的 $\triangle BCD$ 。



- (1) 求经过 A 、 B 、 C 三点的抛物线的解析式。
- (2) 连结 AC ，点 P 是位于线段 BC 上方的抛物线上一动点，若直线 PC 将 $\triangle ABC$ 的面积分成 $1 : 3$ 两部分，求此时点 P 的坐标。

19. 如图，在平面直角坐标系中，已知 A 、 B 、 C 三点的坐标分别为 $A(-2, 0)$ ， $B(6, 0)$ ， $C(0, -3)$ 。



- (1) 经过 A 、 B 、 C 三点的抛物线的解析式是？
- (2) 过 C 点作 CD 平行于 x 轴交抛物线于点 D ，写出 D 点的坐标，并求 AD 、 BC 的交点 E 的坐标。
- (3) 若抛物线的顶点为 P ，连结 PC 、 PD 。
 - ① 判断四边形 $CEDP$ 的形状，并说明理由。
 - ② 若在抛物线上存在点 Q ，使直线 OQ 将四边形 $PCED$ 分成面积相等的两个部分，请直接写出点 Q 的坐标。_____。若不存在，请说明理由。

20. 如图，抛物线 $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 4$ 与 y 轴交于点 C ，与 x 轴交于点 A 、 B ．若点 P 是 AB 上的一个动点，过点 P 作 $PE \parallel AC$ 交 BC 于点 E ，连接 CP ，求 $\triangle PCE$ 面积最大时 P 点的坐标．

